PROPUESTA DE EXAMEN DE CINEMÁTICA. 1º BACHILLERATO

Problemas

1. Un saltador de longitud efectúa su salto formando un ángulo de 40º con la horizontal, cuando lleva una velocidad de 36 km/h. Calcula:
    a. La longitud que alcanzará.
    b. El tiempo de vuelo.

2. Dado el vector de posición de un cuerpo: $\vec{r} = 2t^2\vec{\imath} + (1 - t^2)\vec{\jmath}$ calcula:
    a. La velocidad media entre los instantes 2 y 4 segundos.
    b. La velocidad instantánea en los instantes 3 y 6 segundos.
    c. La aceleración tangencial y normal.
    d. El radio de curvatura.

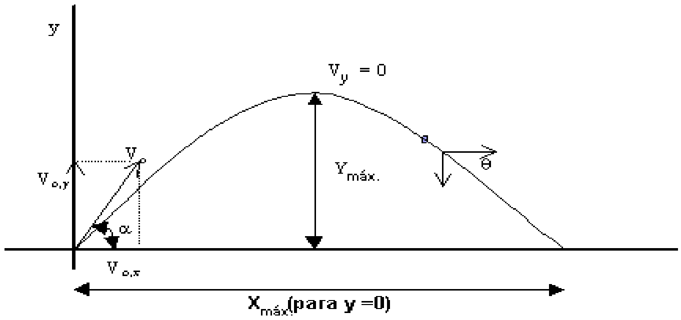
3. Desde un tejado situado a 20 metros sobre la calle, se lanza una maceta horizontalmente a una velocidad de 5 m/s. Calcula:
    a. El tiempo que tarda el llegar al suelo.
    b. La distancia en horizontal a la que caerá la maceta, contando desde el lugar desde donde fue lanzada.
    c. La velocidad con la que llega al suelo.

4. Dado un disco que gira a 45 rpm; calcula:
    a. La velocidad angular y lineal de todos los puntos del disco que disten 1 cm del centro.
    b. Lo mismo para los puntos que están a 5 cm del centro de rotación.
    c. Cuál tiene mayor aceleración normal.
    d. El período y frecuencia del movimiento.

Cuestiones

1. ¿Podría tener un cuerpo velocidad cero y, sin embargo, estar acelerado? Razona tu respuesta.
2. ¿Podría un cuerpo moverse hacia la derecha si su aceleración se dirige hacia la izquierda?
3. Razona si es verdadero o falso: “al lanzar verticalmente hacia arriba un cuerpo con el doble de velocidad que otro, alcanzará el doble de altura”.
4. ¿Tienen todos los puntos de un disco que gira la misma velocidad angular? ¿Y lieal?

SOLUCIONES



1.- a) Se trata de la composición de dos movimientos, uno MRU según el eje X y otro MRUA según el eje y.

Calculo, por trigonometría, las componentes del vector velocidad inicial:

$v_{0x} = v_0 \cdot cos40 = 10 \cdot cos40 = 7{,}66\ {}^{m}/_{s}$
$v_{0y} = v_0 \cdot sin40 = 10 \cdot sin40 = 6{,}4\ {}^{m}/_{s}$
En el punto más alto de la trayectoria la velocidad según el eje y es nula:

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t$$
$$0 = 7{,}66 - 9{,}8 \cdot t \ \rightarrow t = 0{,}65s$$

Es el tiempo de vuelo hasta el punto más alto. Por simetría del problema, en realizar el recorrido hasta el suelo tardará lo mismo y el tiempo total: **T = 1,3 s** (apartado b)

Ahora utilizo la ecuación del MRU según el eje X, para calcular el alcance:

$$x = v_x \cdot t = v_{0x} \cdot t = 6{,}4 \cdot 1{,}3 = \mathbf{8{,}32\ m}$$

2.- a) Por definición la velocidad media:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}(t=4) - \vec{r}(t=2)}{4-2} = \mathbf{12\vec{\imath} - 6\vec{\jmath}}\ {}^{\boldsymbol{m}}/_{\boldsymbol{s}}$$

b) Para calcular la velocidad instantánea hago la derivada del vector de posición:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 4t\vec{\imath} - 2t\vec{\jmath}$$

Y en los instantes pedidos:

$$\boldsymbol{\vec{v}(t=3) = 12\vec{\imath} - 6\vec{\jmath}}$$
$$\boldsymbol{\vec{v}(t=6) = 24\vec{\imath} - 12\vec{\jmath}}$$

Todo en unidades del SI.

c y d) Para calcular la aceleración normal, primero tengo que calcular el módulo de la velocidad. Así que de la expresión obtenida en b,

$$v = \sqrt{(4t)^2 + (-2t)^2} = \sqrt{20} \cdot t$$
$$a_t = \frac{dv}{dt} = \boldsymbol{\sqrt{20}\ {}^{m}/_{s^2}}$$

La aceleración normal no podemos calcularla directamente del a expresión $a_n = \frac{v^2}{R}$ porque no conocemos el radio de curvatura. Así que calculo directamente la expresión de la aceleración,

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 4\vec{\imath} - 2\vec{\jmath}\ {}^{m}/_{s^2}$$

Y su modulo: $a = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20}\ {}^{m}/_{s^2}$

Como resulta que $\vec{a} = \overrightarrow{a_t} + \overrightarrow{a_n}$

Se deduce que la aceleración normal es cero $\mathbf{a_n=0}$. Si es así, significa que no hay cambio en la dirección de la velocidad, así que es un MRUA. En un movimiento de este tipo el radio de curvatura vale infinito **R=∞**.

3.- a) Ahora la velocidad inicial de salida sólo tiene una componente horizontal, mientras que la vertical inicialmente es nula, aunque irá aumentando debido a la gravedad.
De la ecuación según el eje y (MRUA) puedo calcular el tiempo que tarda en llegar al suelo.

$$y = v_{0y} \cdot t + \tfrac{1}{2} g t^2$$

$$20 = 0 \cdot t + \tfrac{1}{2} \cdot 9{,}8 \cdot t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{9{,}8}} = \mathbf{2{,}02\ s}$$

Tiempo que tarda en llegar al suelo.

b) En el eje X tengo un MRU y haciendo uso de su ecuación y del tiempo calculado:

$$x = v_{0x} \cdot t = 5 \cdot 2{,}02 = \mathbf{10{,}1\ m}$$

c) La velocidad será la suma de las componentes horizontal y vertical. La componente horizontal no ha variado (es la misma que al principio); la vertical se calcula:

$$v_y = v_{0y} + g \cdot t = 0 + 9{,}8 \cdot 2{,}02 = 19{,}8\ {}^{m}/_{s}$$

Y la velocidad al llegar al suelo:

$$\vec{v} = v_x \vec{\imath} + v_y \vec{\jmath} = \mathbf{5\vec{\imath} + 19{,}8\vec{\jmath}}\ {}^{\boldsymbol{m}}/_{\boldsymbol{s}}$$

Y su módulo:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \mathbf{20{,}41}\ {}^{\boldsymbol{m}}/_{\boldsymbol{s}}$$

4.- a) Cuando el enunciado nos dice 45 r.p.m. nos está dando la velocidad angular, que debemos expresarla en unidades del SI

$$\omega = 45 \cdot \frac{2\pi}{60} = 4{,}71 \frac{rad}{s}$$

Para calcular la velocidad lineal:

$$v = \omega \cdot R = 4{,}71 \cdot 0{,}01 = \mathbf{0{,}047}\ {}^{\boldsymbol{m}}/_{\boldsymbol{s}}$$

b) Para puntos situados a 5 cm, la velocidad angular será la misma:

$$v = \omega \cdot R = 4{,}71 \cdot 0{,}05 = \mathbf{0{,}235}\ {}^{\boldsymbol{m}}/_{\boldsymbol{s}}$$

c) La aceleración normal es:

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

Para los puntos situados a 1 cm:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{0{,}047^2}{0{,}01} = \mathbf{0{,}22}\ {}^{\boldsymbol{m}}/_{\boldsymbol{s^2}}$$

Y para los situados a 5 cm:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{0{,}235^2}{0{,}05} = \mathbf{1{,}10}\ {}^{\boldsymbol{m}}/_{\boldsymbol{s^2}}$$

d) Se define el período como el tiempo que tarda en dar una vuelta y se relaciona con la velocidad angular:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4{,}71} = \mathbf{1{,}33\ s}$$

Se define la frecuencia como el número de vueltas que se dan en 1 s, o bien como la inversa del período:

$$f = \frac{1}{T} = \mathbf{0{,}75\ Hz}$$